1-أ- الجذران المربعان للعدد $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ **هما :**

$\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ و $-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$

ب- $z_1=\frac{1-\sqrt{3}}{4}-i\frac{1+\sqrt{3}}{4}$ و $z_2=\frac{1+\sqrt{3}}{4}+i\frac{1-\sqrt{3}}{4}$

2-أ- لدينا : $\frac{\sqrt{3}+i}{2(-1+i)}=\frac{(\sqrt{3}+i)(-1-i)}{2(-1+i)(-1-i)}$

$$=\frac{-\sqrt{3}-i\sqrt{3}-i+1}{2(1+1)}=\frac{1-\sqrt{3}}{4}-i\frac{1+\sqrt{3}}{4}$$

$$=z_1$$

ب- * $\sqrt{3}+i=\left[2,\frac{\pi}{6}\right]$ و $2(-1+i)=\left[2\sqrt{2},\frac{3\pi}{4}\right]$

* لدينا : $z_1=\frac{\sqrt{3}+i}{2(-1+i)}$

$$=\frac{\left[2,\frac{\pi}{6}\right]}{\left[2\sqrt{2},\frac{3\pi}{4}\right]}=\left[\frac{2}{2\sqrt{2}},\frac{\pi}{6}-\frac{3\pi}{4}\right]$$

$$=\left[\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{7\pi}{12}\right]$$

ج- بما أن : $z_1=\frac{1-\sqrt{3}}{4}-i\frac{1+\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\left(-\frac{7\pi}{12}\right)+i\sin\left(-\frac{7\pi}{12}\right)\right)$

فإن : $\cos\frac{7\pi}{12}=\frac{\frac{1-\sqrt{3}}{4}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$

$$=\frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$$

3-أ- لدينا : $iz_1=i\left(\frac{1-\sqrt{3}}{4}-i\frac{1+\sqrt{3}}{4}\right)$

$$=i\frac{1-\sqrt{3}}{4}+\frac{1+\sqrt{3}}{4}$$

وبالتالي فإن : $iz_1=z_2$

ملحوظة : من هذه المتساوية نجد : $\frac{z_2}{z_1}=i$

ب- بما أن : $z_2=iz_1$

فإن : $|z_2|=|i||z_1|$ أي $|z_2|=|z_1|$

إذن : $OM_2 = OM_1$

وهذا يعني أن المثلث OM_1M_2 متساوي الساقين رأسه O .

وبما أن : $(\overrightarrow{OM_1}, \overrightarrow{OM_2}) \equiv \arg \frac{z_2 - 0}{z_1 - 0} [2\pi]$

$$\equiv \arg \frac{z_2}{z_1} [2\pi]$$

$$\equiv \arg i [2\pi]$$

$$\equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$$

فإن المثلث OM_1M_2 قائم الزاوية في O .